

蒲原の数学

<連立方程式-No. 1>

連立方程式は大事 !!

解き方をまとめておきました。

しっかり復習しておこう。

連立方程式の解き方のポイントは、次の5つ。教科書をよく見て、授業で習った解き方を確認しておこう。

★1 加減法

中学校では、連立方程式を解くとき一番よく使われるのが、この加減法です。2年生の数学の教科書 P. 37例1, P. 38例2, P. 39例3を確認して、次の問題を解いてみよう。

問題1

- ① $\begin{cases} x + 5y = 11 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$
 ② $\begin{cases} 3x - 4y = 2 \\ 5x + 4y = 14 \end{cases}$
 ③ $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 4x + 3y = 5 \end{cases}$
 ④ $\begin{cases} 3x - 4y = -18 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$

★2 代入法

どちらかの式が、 $x = \dots$ または、 $y = \dots$ になっているとき使うと便利な解き方。中学校の数学で出てくる連立方程式は、加減法でも代入法でもどちらでも解くことができるので、加減法を使う人が多いけれど、高校生になると加減法では解けない連立方程式があるので、この代入法もしっかり使えるようにする。教科書 P. 40例4を確認して、次の問題を代入法で解いてみよう。

問題2

- ① $\begin{cases} 2x + 5y = 60 \\ x = 2y + 3 \end{cases}$
 ② $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ 3x - y = 7 \end{cases}$
 ③ $\begin{cases} y = 4x - 11 \\ y = -2x + 1 \end{cases}$
 ④ $\begin{cases} 4x + 3y = 9 \\ 3y = x - 6 \end{cases}$

★3 () の処理

例 $\begin{cases} 3(x+5) + 2y = 3 & \dots(1) \\ 4x + 5y = -9 & \dots(2) \end{cases}$

まず、(1)のカッコを分配法則で外して整理。

$$\begin{aligned} 3(x+5) + 2y &= 3 \\ 3x + 15 + 2y &= 3 \\ 3x + 2y &= -12 \quad \dots(1)' \end{aligned}$$

(1)' と (2) を加減法で解く。(右上に続く)

$$\begin{array}{r} (1)' \times 5 \quad 15x + 10y = -60 \\ (2) \times 2 \quad -) 8x + 10y = -18 \\ \hline \quad \quad 7x \quad \quad = -42 \\ \quad \quad \quad \quad \quad x = -6 \end{array}$$

$x = -6$ を(2)に代入。

$$\begin{aligned} 4 \times (-6) + 5y &= -9 \\ -24 + 5y &= -9 \\ 5y &= 15 \\ y &= 3 \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{x = -6, y = 3}}$$

ちなみに、この解を(1)の左辺に代入すると

$$\begin{aligned} 3 \times (-6 + 5) + 2 \times 3 & \\ = 3 \times (-1) + 6 & \\ = -3 + 6 & \\ = 3 & \end{aligned}$$

となり、(1)の右辺を一致するので解が合っていることを検算できる。

問題3

- ① $\begin{cases} 5x + 3(y-2) = 1 \\ 2x + 3y = 10 \end{cases}$
 ② $\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ -4(2x+1) + 3x + 6y = -7 \end{cases}$

★4 小数、分数の処理

1年生のときの1次方程式と同じで、そのまま解いても解けるが計算が面倒なので、小数、分数は初めにはらってしまおうと楽。

例 $\begin{cases} 0.2x + 0.1y = 0.4 & \dots(1) \\ \frac{1}{5}x - \frac{1}{3}y = 3 & \dots(2) \end{cases}$

$$\begin{array}{r} (1) \times 10 \quad 2x + y = 4 \quad \dots(1)' \\ (2) \times 15 \quad 3x - 5y = 45 \quad \dots(2)' \end{array}$$

(1)', (2)' を加減法で解く。

$$\begin{array}{r} (1)' \times 5 \quad 10x + 5y = 20 \\ (2)' \quad \quad +) 3x - 5y = 45 \\ \hline \quad 13x \quad \quad = 65 \\ \quad \quad \quad \quad \quad x = 5 \end{array}$$

$x = 5$ を(1)'に代入。

$$\begin{aligned} 2 \times 5 + y &= 4 \\ y &= 4 - 10 \\ y &= -6 \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{x = 5, y = -6}}$$

問題4

$$\begin{cases} 0.2x + 0.5y = -0.4 \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{4}y = \frac{3}{2} \end{cases}$$

★5 **A = B = C の形をした連立方程式**

A = B = C という形をした方程式は

$$\begin{cases} A=B \\ A=C \end{cases} \quad \begin{cases} A=B \\ B=C \end{cases} \quad \begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$$

の、どの組み合わせをつかって解いても同じ解を得られるので、簡単な形を選ぶと良い。

例 $4x + y = 5x + 3y = 7$

この場合は、 $\begin{cases} 4x + y = 7 & \dots(1) \\ 5x + 3y = 7 & \dots(2) \end{cases}$

のように数だけの部分をうまく使って解くと移項しなくて良いので楽。

これを加減法で解くと、

$$\begin{array}{r} (1) \times 3 \quad 12x + 3y = 21 \\ (2) \quad -) \quad 5x + 3y = 7 \\ \hline 7x \qquad \qquad = 14 \\ x = 2 \end{array}$$

x = 2 を(1)に代入し、

$$\begin{aligned} 8 + y &= 7 \\ y &= -1 \end{aligned}$$

$x = 2, y = -1$

例 $4x + y = 3x + 2y + 7 = x - y + 1$

この場合は、数だけの部分が無いので次の方程式を移項して整理して解く。

$$\begin{cases} 4x + y = 3x + 2y + 7 \\ 4x + y = x - y + 1 \end{cases}$$

↓整理すると

$$\begin{cases} x - y = 7 & \dots(1) \\ 3x + 2y = 1 & \dots(2) \end{cases}$$

(1) × 2 $2x - 2y = 14$

(2) $+) \quad 3x + 2y = 1$

$$\begin{array}{r} 5x \qquad \qquad = 15 \\ x = 3 \end{array}$$

x = 3 を(1)に代入し、

$$\begin{aligned} 3 - y &= 7 \\ -y &= 4 \\ y &= -4 \end{aligned}$$

$x = 3, y = -4$

問題5

- ① $4x + y = -3x - 2y = 5$
- ② $2x + 3y = -x + 2y = -7$
- ③ $2x - 9y = x - 4y = 1$
- ④ $4x + 3y = 6x + 2y - 8 = x - y + 1$
- ⑤ $7x + y = 4x + 3y = 2x + 2y + 7$

<解答>

- 問題1 ① $x = 1, y = 2$
② $x = 2, y = 1$
③ $x = -1, y = 3$
④ $x = -2, y = 3$
- 問題2 ① $x = 15, y = 6$
② $x = 6, y = 11$
③ $x = 2, y = -3$
④ $x = 3, y = -1$
- 問題3 ① $x = -1, y = 4$
② $x = 3, y = 2$
- 問題4 $x = 3, y = -2$
- 問題5 ① $x = 3, y = -7$
② $x = 1, y = -3$
③ $x = 5, y = 1$
④ $x = 3, y = -2$
⑤ $x = 2, y = 3$