

◆問題

分母が3で、分子を1から50までの分数を作りました。

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \dots, \frac{50}{3}$$

このうち、約分できない分数の和はいくつになりますか。

とりあえず、1から50までの和を計算しましょう。

1からnまでの和は $(1+n) \times n \div 2$ で求められます。

$$(1+50) \times 50 \div 2 = 1275$$

約分できるのは3の倍数だから

$$3+6+9+\dots+48 = (1+2+3+\dots+16) \times 3$$

1から16までの和は

$$(1+16) \times 16 \div 2 \times 3 = 408$$

したがって分子の和は

$$1275 - 408 = 867$$

3で割って

$$867 \div 3 = 289$$

答え 289

ちなみに、この分数は分子が3の倍数の時を境にして和を計算していくと、

$$1, 3, 5, \dots, 31, 33$$

となります。1から33までの奇数の和なので

$$(1+33) \times \{(1+33) \div 2\} \div 2 = 289$$

としても求められます。