

◆問題

1、2、4、8、16、32…のように、前の数を2倍していきます。このとき15番目までの和を求めなさい。

$$1 + 2 = 3$$

$$3 + 4 = 7$$

$$7 + 8 = 15$$

:

というように、A番目までの合計は、A+1番目の数字より1小さい。

したがって、16番目の数字を求めると、2の15乗なので

$$2^5 = 32 \quad 2^6 = 64 \quad 2^7 = 128 \quad 2^8 = 256$$

$$2 \text{ の } 15 \text{ 乗は } 2^7 \times 2^8 \text{ だから } 128 \times 256 = 32768$$

$$15 \text{ 番目までの和は } 32768 - 1 = 32767$$

答え 32767

説明

「A番目までの合計は、A+1番目の数字より1小さい」ことを説明する。

$$1 + 2 = 4 - 1 \quad \text{で成り立つ。}$$

N番目まで上記のことが成り立つとすると、

$$N \text{ 番目までの合計を } M \text{ とすると } N + 1 \text{ 番目は } M + 1$$

$$N + 1 \text{ 番目までの合計は } M + M + 1 = 2(M + 1) - 1$$

$$M + 1 \text{ は } N + 1 \text{ 番目の数なので、} N + 2 \text{ 番目は } 2(M + 1)$$

したがって N+1番目でも成り立つ。