

<乗法公式>

3年 組 番 氏名

○乗法公式

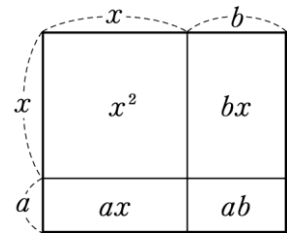
問題) 次の式を展開しなさい。

次の式を展開して $x^2 + \blacksquare x + \blacktriangle$ の形にしたとき、
 \blacksquare , \blacktriangle はそれぞれどんな数になるでしょうか。

- (1) $(x+5)(x+2)$ (2) $(x+5)(x-2)$ (3) $(x-5)(x+2)$ (4) $(x-5)(x-2)$

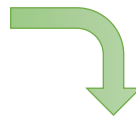
→文字を使って確認。

$$\begin{aligned} (x+a)(x+b) &= x^2 + bx + ax + ab \\ &= x^2 + \underbrace{(a+b)}_{\blacksquare} x + \underbrace{ab}_{\blacktriangle} \end{aligned}$$



すなわち、 $(x+a)(x+b)$ を展開して $x^2 + \blacksquare x + \blacktriangle$ の形にすると

\blacksquare は a と b の和 \blacktriangle は a と b の積 となる。

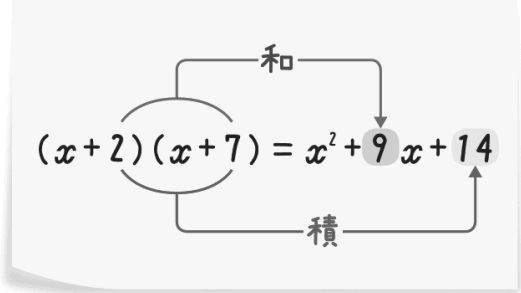


公式 1 $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

例 1) 次の式を展開しなさい。

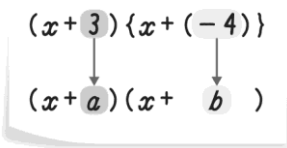
$$\begin{aligned} (x+2)(x+7) \\ &= x^2 + (2+7)x + 2 \times 7 \\ &= x^2 + 9x + 14 \end{aligned}$$

公式 1 で、 a が 2, b が 7 のとき



例 2) 次の式を展開しなさい。*マイナス注意!

$$\begin{aligned} (x+3)(x-4) \\ &= (x+3)\{x+(-4)\} \\ &= x^2 + \{3+(-4)\}x + 3 \times (-4) \\ &= x^2 - x - 12 \end{aligned}$$



たしかめ1) たしかめ2) 問1) 次の式を展開しなさい。

(1) $(x+3)(x+6)$

(2) $(x+10)(x+2)$

(3) $(x+1)(x-3)$

(4) $(x-2)(x-8)$

(5) $(x+1)(x+2)$

(6) $(x+6)(x-2)$

(7) $(x-3)(x-4)$

(8) $(y+3)(y+5)$

(9) $(a-8)(a-7)$

(10) $(x-6)(x+5)$

(11) $(x-0.2)(x+0.4)$

(12) $\left(y - \frac{2}{3}\right)\left(y + \frac{1}{3}\right)$

<解答>たしかめ1) たしかめ2) 問1)

(1) $x^2+9x+18$ (2) $x^2+12x+20$ (3) x^2-2x-3 (4) $x^2-10x+16$ (5) x^2+3x+2 (6) $x^2+4x-12$

(7) $x^2-7x+12$ (8) $y^2+8y+15$ (9) $a^2-15a+56$ (10) x^2-x-30 (11) $x^2+0.2x-0.08$ (12) $y^2-\frac{1}{3}y-\frac{2}{9}$

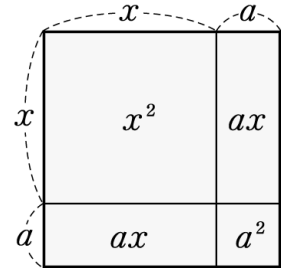
<乗法公式>

3年 組 番 氏名

○和の平方, 差の平方

 $(x+a)^2$ は, 公式1 を使って, 次のように展開できる。

$$\begin{aligned} & (x+a)^2 \\ &= (x+a)(x+a) \\ &= x^2 + (a+a)x + a \times a \\ &= x^2 + 2ax + a^2 \end{aligned}$$

同様に… $(x-a)^2 =$

$$\text{公式 2 } (x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$$

$$\text{公式 3 } (x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$$

例3) 例4) 次の式を展開しなさい。

(1) $(x+3)^2$

公式2で, a が3のときであるから

$$\begin{aligned} & (x+3)^2 \\ &= x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2 \\ &= x^2 + 6x + 9 \end{aligned}$$

(2) $(x-8)^2$

公式3で, a が-8のときであるから

$$\begin{aligned} & (x-8)^2 \\ &= x^2 - 2 \times 8 \times x + 8^2 \\ &= x^2 - 16x + 64 \end{aligned}$$

たしかめ3) たしかめ4) 問3) 次の式を展開しなさい。

(1) $(x+6)^2$

(2) $(y-5)^2$

(3) $(a+9)^2$

(4) $(a-7)^2$

(5) $(a-b)^2$

(6) $\left(x + \frac{1}{3}\right)^2$

(7) $(2-x)^2$

(8) $(-x+1)^2$

<解答> たしかめ3) たしかめ4) 問3)

(1) $x^2 + 12x + 36$ (2) $y^2 - 10y + 25$ (3) $a^2 + 18a + 81$ (4) $a^2 - 14a + 49$

(5) $a^2 - 2ab + b^2$ (6) $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$ (7) $4 - 4x + x^2$ (8) $x^2 - 2x + 1$

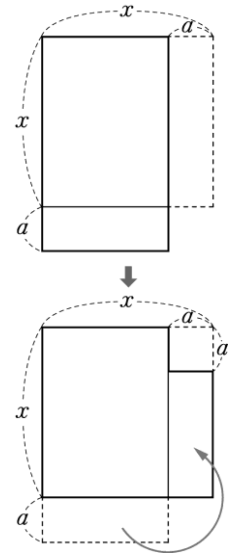
<乗法公式>

3年 組 番 氏名

○和と差の積

 $(x+a)(x-a)$ は、公式1を使って、次のように展開できる。

$$\begin{aligned} & (x+a)(x-a) \\ &= x^2 + (a-a)x + a \times (-a) \\ &= x^2 - a^2 \end{aligned}$$



公式4 $(x+a)(x-a) = x^2 - a^2$

例5) 次の式を展開しなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad (x+6)(x-6) &= x^2 - 6^2 \\ &= x^2 - 36 \end{aligned}$$

問4) 次の式を展開しなさい。

(1) $(a+b)(a-b)$

(2) $(x-5)(x+5)$

(3) $\left(y + \frac{1}{7}\right)\left(y - \frac{1}{7}\right)$

(4) $(2+x)(2-x)$

(5) $(a+4)(4-a)$

(6) $(1-x)(x+1)$

<解答>問4)

$$(1) a^2 - b^2 \quad (2) x^2 - 25 \quad (3) y^2 - \frac{1}{49} \quad (4) 4 - x^2 \quad (5) 16 - a^2 \quad (6) x^2 - 1$$

乗法公式

1,

2,

3,

4,

↑何度も書いて、必ず覚えよう!!!

問5) 次の式を展開しなさい。

(1) $(x-4)^2$

(2) $(x-6)(x+4)$

(3) $(x+7)(x-7)$

(4) $(a+b)^2$

(5) $(x+6)(x+2)$

(6) $(8+a)^2$

(7) $(a+5)(a-2)$

(8) $(9-x)(9+x)$

(9) $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$

(10) $(4+x)(-5+x)$

(11) $\left(a+\frac{1}{3}\right)\left(a+\frac{2}{3}\right)$

<解答>問5)

(1) $x^2-8x+16$ (2) $x^2-2x-24$ (3) x^2-49 (4) $a^2+2ab+b^2$ (5) $x^2+8x+12$ (6) $64+16a+a^2$

(7) $a^2+3a-10$ (8) $81-x^2$ (9) $x^2-x+\frac{1}{4}$ (10) x^2-x-20 (11) $a^2+a+\frac{2}{9}$

<乗法公式>

3年 組 番 氏名

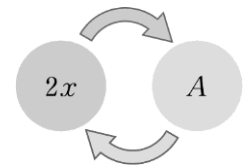
○いろいろな式の展開

Q $(2x+1)(2x+3)$ を展開してみましょう。(まずは自分で考えよう!乗法公式のどの公式が利用できそうかな?)<解答> Point☆ $2x$ を1つの文字とみる!

$$\begin{aligned}
 & (2x+1)(2x+3) \\
 &= (A+1)(A+3) \\
 &= A^2 + 4A + 3 \\
 &= (2x)^2 + 4 \times 2x + 3 \\
 &= 4x^2 + 8x + 3
 \end{aligned}$$

$\left. \begin{array}{l} 2x \text{ を } A \text{ とおく} \\ \text{展開する} \\ A \text{ を } 2x \text{ にもどす} \end{array} \right\}$

乗法公式1



問6) 次の式を展開しなさい。

(1) $(3x-4)(3x-2)$

(2) $(-4a+3)(-4a-6)$

(3) $\left(\frac{1}{3}x+7\right)\left(\frac{1}{3}x-4\right)$

<解答>問6)

(1) $9x^2 - 18x + 8$ (2) $16a^2 + 12a - 18$ (3) $\frac{1}{9}x^2 + x - 28$

例6) $(2x-3y)^2$ を展開してみましょう。(まずは自分で考えよう! 乗法公式のどの公式が利用できそうかな?)

<解答> Point☆ $2x, 3y$ をそれぞれ1つの文字とみる!

$$\begin{array}{l} (2x-3y)^2 = (2x)^2 - 2 \times 3y \times 2x + (3y)^2 \\ \begin{array}{ccccccc} | & | & & | & | & | & | \\ (X-A)^2 = & X^2 & -2 \times A \times X & + & A^2 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{aligned} & (2x-3y)^2 \\ & = (2x)^2 - 2 \times 3y \times 2x + (3y)^2 \\ & = 4x^2 - 12xy + 9y^2 \end{aligned}$$

問7) 次の式を展開しなさい。

(1) $(5x+2)^2$

(2) $(3a-5b)^2$

(3) $(6x+7)(6x-7)$

(4) $(7x-4y)(7x+4y)$

(5) $\left(\frac{1}{2}a-4b\right)^2$

<解答>問7)

(1) $25x^2+20x+4$ (2) $9a^2-30ab+25b^2$ (3) $36x^2-49$ (4) $49x^2-16y^2$ (5) $\frac{1}{4}a^2-4ab+16b^2$

○式を1つの文字におきかえて展開

例7) $(a+b-2)(a+b+2)$ を展開しなさい。

Point☆ $a+b$ を1つの文字におきかえる!

<解答> $a+b=X$ とおくと

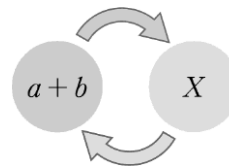
$$(a+b-2)(a+b+2)$$

$$=(X-2)(X+2)$$

$$=X^2-4$$

$$=(a+b)^2-4$$

$$=a^2+2ab+b^2-4$$



乗法公式4で展開する。

問8) 次の式を展開しなさい。

(1) $(x+y+3)(x+y-5)$

(2) $(a+b+c)^2$

(3) $(a-b-6)^2$

☆(4) $(a-b+4)(a+b-4)$

<解答>問7)

(1) $x+y=X$ とおくと

$$(x+y+3)(x+y-5)$$

$$=(X+3)(X-5)$$

$$=X^2-2X-15$$

$$=(x+y)^2-2(x+y)-15$$

$$=x^2+2xy+y^2-2x-2y-15$$

(2) $a+b=X$ とおくと

$$(a+b+c)^2$$

$$=(X+c)^2$$

$$=X^2+2cX+c^2$$

$$=(a+b)^2+2c(a+b)+c^2$$

$$=a^2+2ab+b^2+2ac+2bc+c^2$$

(3) $a-b=X$ とおくと

$$(a-b-6)^2$$

$$=(X-6)^2$$

$$=X^2-12X+36$$

$$=(a-b)^2-12(a-b)+36$$

$$=a^2-2ab+b^2-12a+12b+36$$

(4) $(a+b+3)(a-b+3)$

$$=\{(a+3)+b\}\{(a+3)-b\}$$

$a+3=X$ とおくと

$$\{(a+3)+b\}\{(a+3)-b\}$$

$$=(X+b)(X-b)$$

$$=X^2-b^2$$

$$=(a+3)^2-b^2$$

$$=a^2+6a+9-b^2$$

○式の展開と加法, 減法を組み合わせた式の計算

例8) $2(x+5)^2 - (x+3)(x-3)$ を計算しなさい。

$$\begin{array}{l}
 \text{<解答>} \quad 2(x+5)^2 - (x+3)(x-3) \\
 \quad = 2(x^2 + 10x + 25) - (x^2 - 9) \\
 \quad = 2x^2 + 20x + 50 - x^2 + 9 \\
 \quad = x^2 + 20x + 59
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l}
 \text{乗法公式で展開する。} \\
 \text{分配法則で展開する。} \\
 \text{同類項をまとめる。}
 \end{array}
 \end{array}$$

問9) 次の式を展開しなさい。

(1) $(x-2)^2 + (x+4)(x+1)$

(2) $2(x+1)(x-1) - (x-3)(x+2)$

(3) $(2x-1)(2x-3) + 4(x+1)^2$

<解答>問9)

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & (x-2)^2 + (x+4)(x+1) \\
 & = (x^2 - 4x + 4) + (x^2 + 5x + 4) \\
 & = x^2 - 4x + 4 + x^2 + 5x + 4 \\
 & = 2x^2 + x + 8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & 2(x+1)(x-1) - (x-3)(x+2) \\
 & = 2(x^2 - 1) - (x^2 - x - 6) \\
 & = 2x^2 - 2 - x^2 + x + 6 \\
 & = x^2 + x + 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad & (2x-1)(2x-3) + 4(x+1)^2 \\
 & = (2x)^2 - 4 \times 2x + 3 + 4(x^2 + 2x + 1) \\
 & = 4x^2 - 8x + 3 + 4x^2 + 8x + 4 \\
 & = 8x^2 + 7
 \end{aligned}$$